

Hibridación entre GRASP y Path relinking para abordar problemas de registro de imágenes médicas 3D

J. Santamaría	O. Cordon S. Damas	R. Martí	R.J. Palma
Dept. de Informática EPS de Linares Univ. de Jaén	European Centre for Soft Computing Edif. Cient.-Tecnológico Mieres, Asturias	Dept. de Estadística e Invest. Operativa Fac. de Matemáticas Univ. de Valencia	Dept. de Ciencias de la Computación e IA ETSI Informática y de Telecomunicación Univ. de Granada

Resumen

El registro de imágenes es un área de investigación muy activa dentro del campo de la visión por ordenador. La aproximación del *enfoque de las correspondencias* al registro de imágenes se basa en buscar emparejamientos correctos entre pares de puntos de ambas imágenes. En este artículo abordamos el problema del registro de imágenes médicas haciendo uso de una nueva metaheurística híbrida, compuesta de los algoritmos GRASP y *Path relinking* evolutivo. Los experimentos llevados a cabo en este trabajo muestran el buen rendimiento de este tipo de estrategias de optimización en comparación con otros enfoques similares del estado del arte en el registro de imágenes médicas.

1. Introducción

El registro de imágenes (RI) representa una tarea fundamental en la visión por ordenador, cuyo fin es el de encontrar una correspondencia (o transformación) entre dos o más imágenes tomadas bajo condiciones diferentes: en instantes diferentes, usando distintos sensores, desde diversos puntos de vista, o una combinación de ellas [14]. El enfoque de las correspondencias se basa en buscar el emparejamiento correcto entre parejas de puntos de dos imágenes. A partir de este em-

parejamiento, la transformación de registro puede obtenerse mediante métodos numéricos. La principal ventaja de usar este enfoque de RI es que no requiere estimar rangos de valores adecuados para cada uno de los parámetros que definen la transformación [12]. Es por ello que la propuesta de nuevos métodos basados en el enfoque de las correspondencias es una tarea de gran importancia para la comunidad de RI [12, 4].

Dentro de la Computación Evolutiva (CE) [2], el uso de modelos computacionales de procesos evolutivos es una pieza clave en el diseño e implementación de sistemas de resolución de problemas asistidos por ordenador. En los últimos años ha habido un creciente interés en aplicar estos enfoques evolutivos al RI [4, 12]. En este artículo se extiende nuestro trabajo previo y se explotan los beneficios de la hibridación [9] entre *greedy randomized adaptive search procedure* (GRASP) [6] y *Path relinking* evolutivo [10], a la cual llamamos G&EvPR. Nuestro trabajo tiene una doble contribución. Por un lado, pretendemos alcanzar un balance en las componentes de intensificación y diversidad de este método híbrido. Por otro, buscamos hacer uso de información heurística extraída de las imágenes para así guiar el proceso de búsqueda. Esta información representa los valores de curvatura del objeto bajo estudio, y en el pasado ha demostrado ser de extrema utilidad para conseguir solu-

ciones de alta calidad [4]. Es más, la información de curvatura facilita seguir un enfoque de RI basado en características [14], caracterizado por reducirse (de una manera significativa) los datos de entrada a sólo los puntos más relevantes (de acuerdo a la información heurística) del objeto, consiguiéndose de este modo tanto un mejor emparejamiento como una aceleración del proceso de RI [4]. En este trabajo comparamos el rendimiento de nuestra propuesta de algoritmo de RI basado en G&EvPR con otro algoritmo basado en *scatter search* (SS) [4]. Además, para el estudio experimental se han considerado seis imágenes médicas obtenidas de dos conjuntos de datos distintos.

La estructura del artículo es la siguiente. En la Sección 2 describimos el problema del RI. A continuación, en la Sección 3 proponemos la nueva técnica de hibridación de GRASP y *Path relinking* para abordar el problema del RI. Los experimentos llevados a cabo están recogidos en la Sección 4. Por último, en la Sección 5, se presentan las conclusiones y posibles trabajos futuros.

2. Registrado de imágenes

2.1. Formulación del problema

El RI es un problema de optimización complejo y puede definirse como la búsqueda de una correspondencia entre dos imágenes: I_1 denominada *escena*, e I_2 conocida como *modelo*. El objetivo es hallar la transformación matemática f que aplicada a I_1 obtiene I_2 , $f(I_1) \simeq I_2$. Típicamente, f es una transformación geométrica. Nosotros consideramos el caso más común de una similitud tridimensional, es decir, una transformación compuesta de una rotación, un cambio de escala uniforme y una traslación.

Generalmente, una imagen se almacena como una ingente cantidad de puntos. Por ello, la mayoría de métodos de RI suelen aplicar un preprocesamiento para extraer las primitivas geométricas más relevantes (puntos, líneas, etc.) que, de alguna manera, definen los objetos que contiene la imagen. Así, en estos métodos basados en características, el problema se reduce a encontrar la transformación entre dos

conjuntos de primitivas geométricas. En esta contribución nos centramos en el caso de que estos conjuntos de primitivas P_1 y P_2 estén formados sólo por puntos ($P_1 \subseteq I_1$, $P_2 \subseteq I_2$).

A pesar de que la solución final al problema de registrado consiste en determinar los valores óptimos de los parámetros de f , hay dos aproximaciones al mismo, cada una de las cuales trabaja en un espacio de soluciones distinto: i) buscar la correspondencia de puntos óptima entre las dos imágenes y , a partir de ella, obtener los parámetros de la transformación f apropiados para superponer escena y modelo ([3, 4]); y ii) buscar directamente en el espacio de parámetros de f (normalmente mediante algoritmos evolutivos) para obtener la mejor transformación posible ([12]). Mientras el primero implica determinar qué puntos de la escena se corresponden con otros del modelo (convirtiéndose entonces en un problema combinatorio NP-duro) para calcular indirectamente los parámetros de la transformación; el segundo se enfrenta a la búsqueda de los parámetros de la transformación de registrado que alcanza este solapamiento $f(\text{escena}) \simeq \text{modelo}$.

El enfoque basado en la correspondencia de puntos es probablemente el más clásico en RI basado en características. Matemáticamente, dados dos conjuntos de puntos $P_1 = \{x_1, \dots, x_n\}$ y $P_2 = \{y_1, \dots, y_m\}$, el problema es hallar una transformación f , idealmente $y_i = f(x_{\pi(i)})$, para $i = 1, \dots, r$ ($r = \min(n, m)$), donde π es una permutación de tamaño l (siendo l el máximo entre n y m). Sin pérdida de generalidad y para simplificar la notación, P_1 será el conjunto de mayor tamaño, i.e., su cardinalidad n es mayor que la de P_2 , m (ver Figura 1).

La resolución del problema se divide naturalmente en dos fases. En la primera, una permutación de l elementos define la correspondencia entre los puntos de P_1 y P_2 de tal modo que los primeros r elementos ($r = m$ en nuestro caso) de π son los P_1 puntos asociados a cada uno de los m puntos de P_2 . En la segunda fase, a partir de esta correspondencia de puntos y usando métodos de optimización numéricos (habitualmente, estimación por mínimos

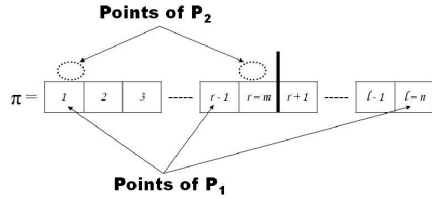


Figura 1: Representación de correspondencias entre puntos basada en la permutación.

cuadrados), se calculan los parámetros que definen la transformación f . El objetivo es hallar la transformación que minimiza las distancias entre los puntos del modelo y los correspondientes puntos transformados de la escena. Por tanto, en términos de optimización, el valor asociado con la permutación π viene dado por:

$$g(\pi) = \frac{\sum_{i=1}^r \|f_{\pi}(x_{\pi(i)}) - y_i\|^2}{r}, \quad (1)$$

i.e., $g(\pi)$ se corresponde con el *Error Cuadrático Medio (ECM)*. Por tanto, el problema de correspondencia entre puntos puede formularse simplemente como minimizar $g(\pi)$ para cualquier π de l elementos y su correspondiente transformación f . La Figura 2 muestra el proceso de optimización llevado a cabo por el enfoque de las correspondencias.

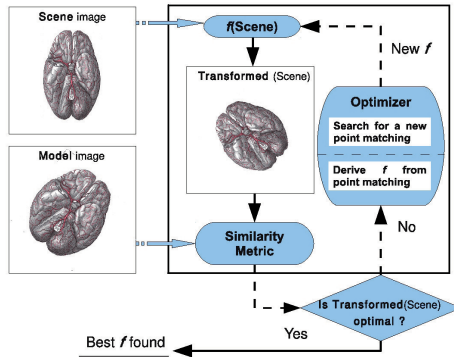


Figura 2: Procedimiento de optimización basado en correspondencias entre puntos de imagen.

2.2. Información heurística derivada de la forma para el registrado 3D

Se aplica un preprocesamiento (usando un detector de líneas de cresta [8]) para extraer los puntos característicos más relevantes de cada imagen (reduciendo así el tamaño del problema a afrontar). Además, teniendo en cuenta esta información para cada punto x de la imagen se puede definir un conjunto de curvaturas $C(x)$ de la forma del objeto de interés existente en la imagen. Nosotros consideramos dos valores correspondientes con la primera y segunda curvaturas principales, $k_1(x)$ y $k_2(x)$, asociadas a las dos direcciones principales. Estos valores de curvatura son invariantes ante transformaciones f de similitud.

2.3. Función guía

Una de las principales innovaciones empleadas por nuestro método es que la información de curvatura se usa para guiar las correspondencias [4]. Por tanto, definimos una función $m_{error}(\cdot)$ que evalúa la bondad de la correspondencia almacenada en π usando valores de curvatura, de la siguiente forma:

$$m_{error}(\pi) = \Delta k_1 + \Delta k_2 \quad \text{donde} \\ \Delta k_j = \sum_{i=1}^r (k_j^i - k_j^{\pi_i})^2, \quad j = \{1, 2\}$$

Δk_1 y Δk_2 miden el error asociado a las correspondencias de los puntos de escena y modelo con valores distintos para las curvaturas principales primera y segunda, respectivamente. Así, la función guía (notada como $F(\cdot)$) incluirá información relativa a la medida habitual de RI, $g(\pi)$, y al criterio anterior según:

$$\text{mín } F(\pi) = w_1 \cdot g(\pi) + w_2 \cdot m_{error}(\pi) \quad (2)$$

donde el primer término representa el error en la estimación de la transformación, el segundo el error en las correspondencias, y w_1, w_2 son coeficientes que ponderan la importancia relativa de cada uno.

Con esta función tendremos una medida de similitud más adecuada para hacer un mejor proceso de búsqueda en el espacio de soluciones. En lugar de considerar una función

basada en un solo criterio de error de registrado (Eq. (1)), el uso de los dos términos anteriores cooperando conjuntamente para resolver el RI es una parte importante que nos permite obtener resultados de calidad.

3. Hibridación entre GRASP y PR aplicado al enfoque de las correspondencias

3.1. Greedy randomized adaptive search procedure: GRASP

La metodología GRASP fue desarrollada a finales de los 80 [5, 6]. Para más información acerca de esta metaheurística, remitimos al lector a [11]. Cada iteración GRASP está compuesta de dos fases, una inicial de construcción de una solución de prueba, y otra posterior de refinamiento de dicha solución mediante una búsqueda local. La fase de construcción es greedy, iterativa, aleatorizada y adaptativa.

Hemos adaptado la metodología GRASP al problema del enfoque de las correspondencias del siguiente modo. En primer lugar, la información extraída de la forma del objeto (ver Sección 2.2) puede emplearse para establecer un orden en la asignación entre los puntos de la imagen escena y la imagen modelo. Así, un punto x_i de la imagen escena tiene más posibilidad de ser asignado a aquellos puntos y_j de la imagen modelo que presentan los mismos valores o similares de curvatura k_1 y k_2 . A la hora de llevar a cabo esta asignación existen diversas alternativas, como por ejemplo hacer uso de una heurística greedy. Este enfoque asigna a cada punto x_i de la imagen escena el punto y_i de la imagen modelo más cercano en términos de curvatura, donde y_i no ha sido asignado con anterioridad a ningún otro punto de la imagen escena. Sin embargo, nosotros preferimos seguir un enfoque diferente, introduciendo aleatoriedad en ambos procesos, de tal modo que cada decisión es tomada de forma aleatoria a partir de los puntos almacenados en la lista de candidatos no vacía. Este segundo procedimiento, igualmente, se comporta como una fase de construcción GRASP [11].

En el caso concreto del RI, la fase de con-

strucción de una solución π comienza con la creación de dos listas de candidatos, CL_1 y CL_2 , a partir de las cuales, y haciendo uso de una estrategia greedy de selección, se obtiene dicha solución. En [4] se describe con mejor detalle esta fase.

Respecto a la fase de búsqueda local de GRASP, hemos decidido usar la estrategia diseñada para el *Método de Mejora* de la propuesta de RI de nuestro trabajo previo. En dicha propuesta, se hace uso de un procedimiento de búsqueda local de tipo “primero el mejor”, usando el operador de vecindad de intercambio. En concreto, los movimientos de intercambio son el mecanismo principal para moverse de una solución a otra. Además, se propusieron dos mejoras para conseguir acelerar el proceso de búsqueda [4].

3.2. Path relinking

PR [7] fue propuesto como una manera de integrar estrategias de intensificación y diversificación en el contexto de la búsqueda tabú. Este enfoque se basa en generar nuevas soluciones explorando trayectorias que conectan soluciones de alta calidad. El procedimiento comienza con una de estas dos soluciones, denominada como *solución inicial*, generándose un camino que la conecta con la segunda, conocida como *solución guía*. Dicho camino es fruto de la realización de movimientos de aceptación de soluciones intermedias en base a la selección/incorporación por parte de la solución intermedia de aquellos atributos con los que se diferencia de la solución guía. Por tanto, se trata de ir reduciendo la distancia entre la solución inicial y guía a cada movimiento. Como criterio de aceptación de las soluciones intermedias se pueden adoptar múltiples esquemas tales como una selección greedy o greedy aleatorizada [10]. El procedimiento PR devuelve la mejor solución encontrada.

3.3. Propuesta de RI basada en G&EvPR

De entre las posibles formas de hibridar los algoritmos de GRASP y PR, seguimos la propuesta de Resende et.al. [10] en la que la sinergia entre GRASP y *Path relinking evolutivo*

(EvPR) demuestra ser un enfoque prometedor en la resolución de problemas de optimización combinatoria. EvPR fue presentado inicialmente como una fase de post-procesamiento para GRASP con PR [1]. En cada iteración de G&EvPR se aplican las fases de construcción y mejora de GRASP, así como el método de PR, para obtener un conjunto élite (ES). Transcurrido un número de iteraciones prefijado, GRASP con *Path relinking* greedy finaliza. Luego, se aplica una fase de post-procesamiento basada en PR a cada pareja de soluciones de ES . Las soluciones que se obtienen con la segunda aplicación de PR se consideran candidatas a entrar en ES , de modo que PR se les aplica nuevamente hasta que no haya nuevas soluciones que entren en ES . De este modo, se dice que las soluciones de ES evolucionan. Este proceso se repite durante un número prefijado de iteraciones. La Figura 3 muestra el pseudocódigo del algoritmo G&EvPR.

4. Experimentos

4.1. Imágenes médicas 3D y problemas de RI considerados

Los resultados se corresponden con una serie de problemas de RI para seis imágenes médicas de dos conjuntos de datos distintos. El primer conjunto está formado por cuatro imágenes de resonancia magnética (MRIs) distintas. Estas imágenes se han obtenido de la base de datos de *BrainWeb*, de la Universidad McGill ([4]). La finalidad de este repositorio es la de proporcionar a los investigadores datos reales para usar en técnicas de análisis y algoritmos diversos. *BrainWeb* ha sido empleada extensamente por la comunidad de RI. Uno de los desafíos más importantes asociados a la experimentación actual es que el objetivo del proceso de RI es el de registrar *parejas de imágenes distintas del mismo objeto*. Así, hacemos frente a un problema más realista dentro del RI médicas, llamado *registrado intra-sujeto*. Las otras dos imágenes consideradas provienen de un segundo conjunto de datos proporcionado por el Hospital Rhode Island [4], y se corresponden con un caso real de RI médicas. Se trata de

```

GlobalIter ← número total de iteraciones;
Aplicar GRASP (construcción y búsqueda local)
un total de  $b = |ES|$  iteraciones para poblar
 $ES \leftarrow \{\pi^1, \pi^2, \dots, \pi^b\}$ ;
For iter = 1, ..., GlobalIter Do
  For i = 1, ..., LocalIter Do
     $\pi \leftarrow$  fase de construcción GRASP;
     $\pi' \leftarrow$  búsqueda local GRASP comenzando
    en  $\pi$ ;
    Seleccionar aleatoriamente un  $\pi^j$  de  $ES$ ;
    Aplicar  $PR(\pi', \pi^j)$  y  $PR(\pi^j, \pi')$  y sea
     $\pi''$  la mejor solución encontrada;
     $\pi''' \leftarrow$  búsqueda local GRASP
    comenzando en  $\pi''$ ;
    If ( $F(\pi''') < F(\pi^1)$  Or  $F(\pi''') < F(\pi^b)$ )
      and  $d(\pi''', ES) \geq dth$  Then
         $\pi^k \leftarrow$  solución más cercana a  $\pi'''$  de
         $ES$  tal que  $F(\pi''') < F(\pi^k)$ ;
        Añadir  $\pi'''$  a  $ES$  y eliminar  $\pi^k$ ;
        Ordenar  $ES$  del mejor  $\pi^1$  al peor  $\pi^b$ ;
    End-If;
  End-For;
  NewSol ← 1;
  While NewSol Do
    NewSol ← 0;
    Aplicar  $PR(\pi, \pi')$  y  $PR(\pi', \pi)$  para cada
    pareja  $(\pi, \pi')$  de  $ES$  no combinada
    anteriormente. Sea  $\pi''$  la mejor solución
    encontrada;
     $\pi''' \leftarrow$  búsqueda local GRASP
    comenzando en  $\pi''$ ;
    If ( $F(\pi''') < F(\pi^1)$  Or  $F(\pi''') < F(\pi^b)$ )
      and  $d(\pi''', ES) \geq dth$  Then
         $\pi^k \leftarrow$  solución más cercana a  $\pi'''$  de
         $ES$  tal que  $F(\pi''') < F(\pi^k)$ ;
        Añadir  $\pi'''$  a  $ES$  y eliminar  $\pi^k$ ;
        Ordenar  $ES$  del mejor  $\pi^1$  al peor  $\pi^b$ ;
        NewSol ← 1;
         $\pi^{best} \leftarrow \pi^1$ ;
    End-If;
  End-While;
End-For;
Devolver  $\pi^1$ ;

```

Figura 3: Pseudocódigo de G&EvPR.

imágenes de tomografía computarizada (CT) de dos muñecas de ser humano. En este caso, además, queremos resaltar la complejidad del problema, debido a la estructura anatómica particular del objeto. Después de procesar las seis imágenes (I_1 a I_6), se obtienen 583, 393, 348, 284, 575, y 412 puntos de líneas de cresta para cada imagen, respectivamente.

Para poder evaluar el rendimiento de nuestra propuesta, se aplicaron cuatro transformaciones de similitud T_i (ver Tabla 1) a cuatro de las imágenes de entrada. Se consideran cinco instancias de problema de RI diferentes (ver Tabla 2). Se analizará el comportamiento de dos métodos de RI basados en G&EvPR y SS abordando dichas instancias de problema de RI.

Tabla 1: De arriba hacia abajo se presentan las cuatro transformaciones de similitud consideradas: T_1 , T_2 , T_3 y T_4 .

Ang.	$Ej e_x$	$Ej e_y$	$Ej e_z$	t_x	t_y	t_z	S
115.0	-0.864	0.259	0.432	-26.0	15.5	-4.6	1.0
168.0	0.677	-0.290	0.677	6.0	5.5	-4.6	0.8
235.0	-0.303	-0.808	0.505	16.0	-5.5	-4.6	1.0
276.9	0.873	0.436	-0.218	12.0	5.5	-24.6	1.2

Tabla 2: Instancias de problema. L representa presencia o ausencia de lesión de esclerosis, y R cantidad de ruido gaussiano aplicado.

Problema de RI	Escena		Modelo		
	L	R	L	R	
I_1 vs $T_1(I_2)$	No	No	No	1%	
I_1 vs $T_2(I_3)$	No	No	Sí	1%	
I_1 vs $T_3(I_4)$	No	No	Sí	5%	
I_2 vs $T_4(I_4)$	No	1%	Sí	5%	
I_6 vs $T_1(I_5)$	—	—	—	—	

4.2. Ajuste de parámetros

Todas las ejecuciones han sido realizadas en un Intel® Core™2 Duo P8400 a 2.26GHz. Los

métodos G&EvPR y SS se ejecutan 10 veces en cada instancia del problema, usando una semilla diferente en el generador de números pseudo-aleatorios, con el fin de evitar los efectos de la aleatoriedad. Se ha considerado como criterio de parada de cada algoritmo el tiempo máximo de ejecución. En concreto, se han fijado 600 segundos por ejecución. Después de un estudio preeliminar, consideramos un valor de $\alpha = 0,9$ para la fase de construcción GRASP, $\delta = 0,9$ para el esquema de PR greedy aleatorizado, un máximo de 80 iteraciones para la búsqueda local y un total de 6 soluciones en el ES ($b = |ES| = 6$). Referente al método del estado del arte de RI basado en SS, mantuvimos los mismo parámetros que en nuestro trabajo previo.

4.3. Resultados

A la hora de comparar el rendimiento del registrado de cada solución producida por G&EvPR y SS, usamos el ECM (Eq. (1)). La Tabla 3 recoge los resultados. Nótese que el método de RI basado en G&EvPR alcanza un rendimiento competitivo en comparación con el método de RI del estado del arte basado en SS. En concreto, G&EvPR alcanza el mejor valor medio en tres de los cinco problemas de RI. Es más, también obtiene la menor desviación típica en todos los casos. Así pues, se puede decir que G&EvPR proporciona un buen balance entre intensificación y diversificación en el espacio de búsqueda, mostrando por tanto un comportamiento más robusto que el método de RI basado en SS.

Con respecto a la precisión de los enfoques (es decir, menor ECM), ambas técnicas de RI se comportan de un modo similar, obteniendo resultados precisos cuando se aborda el registrado de las imágenes de MRI. Las Figuras 4 y 5 reflejan dicho comportamiento para G&EvPR y SS, respectivamente. Como se puede observar, incluso en escenarios tan complejos como los diseñados en este experimento, los métodos G&EvPR y SS consiguen resultados de calidad. Este hecho se puede comprobar viendo la superposición casi perfecta de los colores entre el par de imágenes escena y modelo.

Tabla 3: Resultados estadísticos calculados a partir de 10 ejecuciones de cada uno de los cinco problemas de RI considerados. La tabla muestra el valor mínimo (m), máximo (M), medio (μ) y desviación típica (σ) del ECM. Se resaltan los mejores resultados conforme a los valores mínimo y medio.

		G&EvPR	SS
I_1 vs $T_1(I_2)$	m	41.79	39.70
	M	47.26	45.53
	μ	44.43	42.85
	σ	1.86	1.88
I_1 vs $T_2(I_3)$	m	39.17	40.77
	M	45.05	49.71
	μ	43.22	44.62
	σ	1.76	2.23
I_1 vs $T_3(I_4)$	m	57.41	57.37
	M	62.73	64.90
	μ	60.88	61.18
	σ	1.57	1.88
I_2 vs $T_4(I_4)$	m	81.00	78.70
	M	91.89	95.02
	μ	88.51	87.80
	σ	3.59	5.19
I_6 vs $T_1(I_5)$	m	1.68	1.63
	M	1.95	3.99
	μ	1.80	2.19
	σ	0.10	0.83

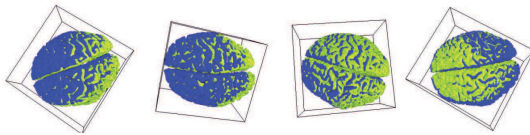


Figura 4: De izquierda hacia la derecha se muestran los mejores resultados de RI conseguidos por G&EvPR en cada problema de RI usando MRIs (I_1 vs $T_1(I_2)$, I_1 vs $T_2(I_3)$, I_1 vs $T_3(I_4)$, y I_2 vs $T_4(I_4)$).

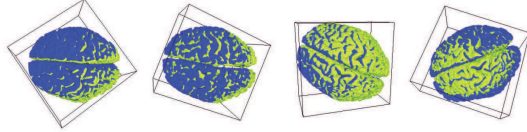


Figura 5: De izquierda hacia la derecha se muestran los mejores resultados de RI conseguidos por SS en cada problema de RI usando MRIs (I_1 vs $T_1(I_2)$, I_1 vs $T_2(I_3)$, I_1 vs $T_3(I_4)$, y I_2 vs $T_4(I_4)$).

Los resultados visuales correspondientes al RI de las CTs, es decir, I_6 vs. $T_1(I_5)$ (ver Figura 6), muestran la alta complejidad de este caso del mundo real, principalmente causada por la naturaleza de la estructura anatómica de la muñeca humana.

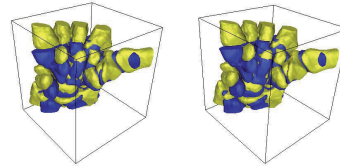


Figura 6: Mejores resultados de RI conseguidos por los métodos G&EvPR y SS, respectivamente, en el problema I_6 vs $T_1(I_5)$.

5. Conclusiones y trabajo futuro

Se ha presentado un estudio para abordar el problema del RI médico desde el enfoque de las correspondencias. Nuestra propuesta evolutiva es una adaptación de un método híbrido avanzado compuesto por los algoritmos GRASP y *Path relinking* evolutivo. En concreto, hemos estudiado el rendimiento del método en situaciones tanto realistas como de un paciente real. Hemos comprobado cómo la sinergia entre enfoques de trayectoria simple y múltiple y el esquema evolutivo de PR proporciona resultados más robustos que los del método de RI basado en SS (que es considerado como uno de los algoritmos del estado del arte en el enfoque de las correspondencias).

En concreto, nuestra propuesta ha alcanzado un buen balance entre diversificación e intensificación del espacio de búsqueda.

En el futuro nos planteamos adoptar otros diseños híbridos entre GRASP y *Path relinking* ([9]) para analizar la robustez y efectividad de éstos abordando el problema de RI basado en las correspondencias. Asimismo, el uso de técnicas alternativas de extracción de puntos característicos de la imagen nos permitiría evaluar la posible mejora del proceso de búsqueda de soluciones de calidad. El algoritmo de detección de Harris sería uno de los métodos a emplear debido al buen rendimiento que éste ofrece comparado con otros del estado del arte en procesamiento de imágenes [13].

Agradecimientos

Este trabajo ha sido financiado parcialmente por el Ministerio de Ciencia e Innovación español (Ref. TIN2009-07727 y TIN2009-07516) y por el Departamento de Innovación, Ciencia y Empresa de la Junta de Andalucía (Ref. TIC1619). Los autores también quieren mostrar su agradecimiento al Profesor J. J. Crisco, por proporcionar las imágenes de CT.

Referencias

- [1] D. V. Andrade and M. G. C. Resende. Grasp with evolutionary path-relinking. In *7th metaheuristics international conference (MIC 2007)*, 2007.
- [2] T. Bäck, D. B. Fogel, and Z. Michalewicz. *Handbook of Evolutionary Computation*. IOP Publishing Ltd and Oxford University Press, 1997.
- [3] P. J. Besl and N. D. McKay. A method for registration of 3D shapes. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14:239–256, 1992.
- [4] O. Cordon, S. Damas, J. Santamaría, and R. Martí. Scatter Search for the 3D Point Matching Problem in Image Registration. *INFORMS Journal on Computing*, 20:55–68, 2008.
- [5] T. A. Feo and M. G. C. Resende. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters*, 8:67–71, 1989.
- [6] T. A. Feo and M. G. C. Resende. Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of Global Optimization*, 6:109–133, 1995.
- [7] F. Glover. Tabu search and adaptive memory programming – advances, applications and challenges. In *Interfaces in Computer Science and Operations Research*, pages 1–75. Kluwer, 1996.
- [8] O. Monga, S. Benayoun, and O. Faugeras. From partial derivatives of 3-D density images to ridges lines. In *Computer Vision and Pattern Recognition*, pages 354–389, Champaign, Illinois, EEUU, June 15–18 1992. IEEE.
- [9] M. C. Resende, R. Martí, M. Gallego, and A. Duarte. Grasp and path relinking for the max-min diversity problem. *Computers & Operations Research*, 37:498–508, 2010.
- [10] M. C. Resende and R. F. Werneck. A hybrid heuristic for the p-median problem. *Journal of Heuristics*, 10:59–88, 2004.
- [11] M. G. C. Resende and C. C. Ribeiro. Greedy randomized adaptive search procedures. In F. Glover and G. Kochenberger, editors, *Handbook of Metaheuristics*, pages 219–249. Kluwer Academic Publishers, 2003.
- [12] J. Santamaría, O. Cordon, S. Damas. Un estudio sobre la aplicabilidad de la computación evolutiva al registrado de imágenes de rango. XIII Conferencia de la Asociación Española para la Inteligencia Artificial (CAEPIA'09), 9-13 Noviembre, Sevilla, 551-560, 2009.
- [13] C. Schmid, R. Mohr, and C. Bauckhage. Evaluation of Interest Point Detectors. *International Journal of Computer Vision*, 37:151–172, 2000.
- [14] B. Zitová and J. Flusser. Image registration methods: a survey. *Image and Vision Computing*, 21:977–1000, 2003.